

УДК [656.073.235:519.87]-048.34

О. Ю. ПАПАХОВ^{1*}, Р. М. КОМПАНИЄЦЬ^{2*}, М. І. СЕРГІЄНКО^{3*}

^{1*} Каф. «Транспортний сервіс та логістика», Український державний університет науки і технологій, вул. Лазаряна, 2, 49010, Дніпро, Україна, тел. +38 (067) 564 65 65, ел. пошта: paraanova0362@gmail.com, ORCID 0000-0003-2357-8158

^{2*} Каф. «Транспортний сервіс та логістика», Український державний університет науки і технологій, вул. Лазаряна, 2, 49010, Дніпро, Україна, тел. +38 (066) 050 64 52, ел. пошта: rkompaniets@gmail.com, ORCID 0009-0001-7036-4227

^{3*} Каф. «Транспортний сервіс та логістика», Український державний університет науки і технологій, вул. Лазаряна, 2, 49010, Дніпро, Україна, тел. +38 (096) 506 56 89, ел. пошта: maria14032012@gmail.com, ORCID 0009-0001-7983-1119

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ КОНТЕЙНЕРНИХ ПЕРЕВЕЗЕНЬ З МЕТОЮ ЇХ ОПТИМІЗАЦІЇ

Контейнерні перевезення становлять ключовий елемент сучасних інтермодальних транспортних схем у глобальній торгівлі. Задачі, пов'язані з моделюванням контейнерних перевезень, стають дедалі актуальнішими. **Метою** проведеного моделювання є дослідження змін ключових показників логістики контейнерних перевезень: часу перебування вантажів у дорозі; тривалості очікування навантаження та розвантаження; а також інших пов'язаних параметри, задіяних при переході від швидкості традиційних перевезень до прискорених. Таким чином, вибір оптимального варіанту перевезення залежить від пріоритетного критерію, який встановлюється виходячи з конкретних задач логістики чи економіки підприємства. Залежно від мети та конкретних умов розв'язання оптимізаційної задачі, склад елементів витрат, які враховуються в цих показниках, а також характер їх використання можуть суттєво відрізнятися між собою. Запропонована **методика** базується на системі масового обслуговування, яка моделює процеси, в яких виникає випадковий потік заявок на обслуговування, а час їх обробки також має випадковий характер. Головна мета застосування такої моделі полягає в оцінці та прогнозуванні пропускну здатності системи, визначенні оптимальних способів організації процесу обслуговування, підвищенні його якості та розрахунку економічних витрат на основі відомостей про інтенсивність і характер вхідного потоку заявок. У якості **наукової новизни** у статті представлено новий підхід до визначення розподілення швидкостей руху контейнерних поїздів між собою при інтермодальних перевезеннях. **Результати.** У ході дослідження вирішені наступні основні задачі: проведено порівняльний аналіз змін основних показників обслуговування вантажних перевезень при переході від традиційних до прискорених вантажних перевезень; досліджено залежність кількості вантажних поїздів та відсотка простою засобів обслуговування від швидкості руху поїздів, а також визначено необхідну кількість вантажних поїздів для забезпечення заданого середнього часу доставки вантажів; проаналізовано, яка швидкість руху поїздів потрібна для досягнення наперед встановленого допустимого рівня простою вантажних поїздів. **Практична значимість.** У межах запропонованої математичної моделі з'являється можливість формулювати й розв'язувати значно ширші класи задач. Йдеться не лише про аналіз того, як змінюються ключові характеристики системи зі зростанням швидкості руху контейнерних поїздів, а й про зворотні питання: на скільки саме потрібно підвищити швидкість, щоб досягти заздалегідь визначених цільових значень цих характеристик. Зокрема, є можливість розраховувати, до якого рівня слід збільшити швидкість руху, щоб середній час очікування навантаження знизився до необхідного значення або щоб стала можливою оптимізація кількості задіяних складів.

Ключові слова: інтермодальні перевезення, контейнерні перевезення, система масового обслуговування, швидкість руху, транспортно-експедиційне обслуговування.

Вступ

У теперішніх реаліях інтермодальні перевезення стали одним із найбільш популярних і швидкозростаючих підходів до організації міжнародної доставки вантажів. Їх активний розвиток зумовлений конкуренцією між різними видами транспорту, модернізацією інфраструктури та дедалі вищими вимогами клієнтів до якості та надійності послуг.

Національна транспортна стратегія України до 2030 року чітко вказує на ключові виклики

галузі, зокрема на недостатній рівень розвитку інтермодальних перевезень, наявність «вузьких місць» у транспортній мережі та, як наслідок, недостатню швидкість і точність доставки вантажів у встановлені терміни.

Контейнерні перевезення становлять ключовий елемент сучасних інтермодальних транспортних схем у глобальній торгівлі. Інтермодальні перевезення передбачають використання щонайменше двох різних видів транспорту. Їхня головна особливість полягає в тому, що вантаж протягом усього маршруту залишається в одній

і тій самій транспортній одиниці (наприклад, контейнері), а весь процес здійснюється за єдиним транспортним документом та під управлінням одного оператора. Завдяки цьому вантажовласник звільняється від необхідності укладати окремі договори з різними перевізниками та самостійно координувати перевезення - зокрема, складні операції перевантаження, узгодження графіків руху тощо. Саме ця зручність і комплексний супровід стають вирішальними факторами, які постійно приваблюють нових клієнтів до такого виду логістики. Додатковою перевагою є те, що оператор бере на себе контроль митних процедур під час перетину державних кордонів.

Цей варіант зберігає всі ключові ідеї оригіналу, але має іншу структуру речень, інший добір слів та дещо змінений порядок викладу.

Постановка завдання дослідження

У межах математичної моделі з'являється можливість формувати й розв'язувати значно ширші класи задач системи масового обслуговування. Йдеться не лише про аналіз того, як змінюються ключові характеристики системи зі зростанням швидкості руху контейнерних поїздів, а й про зворотні питання: наприклад, наскільки саме потрібно підвищити швидкість, щоб досягти заздалегідь визначених цільових значень цих характеристик. Зокрема, є можливість розраховувати, до якого рівня слід збільшити швидкість руху, щоб середній час очікування навантаження знизився до необхідного значення або щоб стала можливою оптимізація кількості задіяних складів.

Виходячи з знайдених закономірностей, необхідно розробити методику розв'язання практичних завдань з визначення параметрів прискорених перевезень, які забезпечують досягнення наперед заданих цільових характеристик руху поїздів.

Мета дослідження

Метою розробленої моделі є дослідження змін ключових показників логістики контейнерних перевезень: часу перебування вантажів у дорозі; тривалості очікування навантаження та розвантаження; а також інших пов'язаних параметри, задіяних при переході від швидкості традиційних перевезень до прискорених.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

В сучасних реаліях інтермодальні переве-

зання стали одним із найпопулярніших і найдинамічніших способів організації міжнародної доставки вантажів. Їх активний розвиток зумовлений конкуренцією між різними видами транспорту, оновленням інфраструктури та зростанням вимог до якості транспортних послуг. Багато українських транспортно-експедиторських підприємств функціонують відокремлено в технологічному та інформаційному плані. Як наслідок, вони відчують значні труднощі при освоєнні ринку, мають слабку поінформованість про кон'юнктуру, новітні технології перевезень та потреби клієнтів, а також обмежені інвестиційні можливості для розширення спектру послуг [1, 2].

Зазначення цілей та пріоритетів розвитку вітчизняного транспортного потенціалу обумовлює відокремлення аналізу інтермодальної транспортної системи України. В Україні частка інтермодальних перевезень складає близько 1 - 2 % від загального обсягу змішаних перевезень, тоді як у Європі вона складає 40-50 % [3].

В Україні найбільша частка перевезень вантажів у контейнерах припадає на залізничний і автомобільний транспорт. Але за обсягом сумарного прибутку ці галузі стоять практично на одному рівні з авіаперевезеннями, на які за тоннажем припадають лише кілька відсотків, по причинах відсутності відповідного попиту на перевезення [4].

При організації інтермодальних перевезень вантажів транспортні-експедиторські підприємства виконують функції єдиного оператора з організації узгодженого функціонування системи. Тому, слід приділити увагу характеру функціонування підприємств транспортно-експедиторських підприємств на ринку логістичних послуг [5].

Однією з головних переваг інтермодальних перевезень є необхідність співпраці тільки з одним контрагентом. Незважаючи на наявність декількох видів транспорту, організацію доставки виконує транспортно-експедиторське підприємство, надалі – оператор інтермодального перевезення (ІП). Ця ж компанія-виконавець бере на себе зобов'язання по організації тимчасових місць зберігання, перевалочних пунктів, усіх вантажно-розвантажувальних робіт й складських операцій. Слід зазначити, що ефективна організація інтермодальних технологій доставки вантажів можлива на основі співробітництва між операторами (ІП) та транспортними підприємствами, їх кооперації [6].

Альтернативні схеми транспортно-експедиторського обслуговування вантажовласників

при інтермодальній контейнерній доставці в міжнародному сполученні будуються на численних комбінаціях різних видів транспорту. Вибір конкретної схеми залежить від вимог клієнта до умов перевезення, наявних можливостей інфраструктури, розміру відправки, а також від особливостей транспортного розвитку окремих країн.

За кордоном у процесі розвитку залізничного транспорту склалися дві основні бізнес-моделі транспортно-експедиційного обслуговування вантажів: північноамериканська (США та Канада) та європейська.

У північноамериканській моделі в організації транспортно-експедиційного обслуговування вантажів домінують кілька великих незалежних між собою залізничних компаній (наприклад, Union Pacific, BNSF, CSX, Norfolk Southern). Кожна з них є одночасно власником інфраструктури (залізничних станцій та колій з засобами зв'язку) і перевізником по «своїх» дільницях. Клієнт обирає перевізника залежно від того, куди саме потрібно доставити вантаж. При цьому компанії зобов'язані надавати конкурентам доступ до своїх колій на комерційних умовах («trackage rights»). Іноді окремі ділянки інфраструктури перебувають у спільній власності кількох операторів перевезення. Пасажирські перевезення майже повністю виконує державна компанія Amtrak, яка має законодавче право користуватися коліями вантажних компаній за регульовану досить низьку плату та отримує значні державні субсидії [7].

У європейській моделі, навпаки, здійснено чітке розділення інфраструктури та перевізників. Компанія-менеджер інфраструктури (наприклад, DB Netz у Німеччині, SNCF Réseau у Франції, Network Rail у Великобританії) володіє коліями, системами сигналізації, станціями та стягує плату за доступ із усіх операторів. Вантажні і пасажирські перевізники володіють власним рухомим складом - локомотивами та вагонами і конкурують між собою за право виконувати рейси на мережі інфраструктурного менеджера. Така система викликана для забезпечення недискримінаційного доступу до інфраструктури та організації максимальної конкуренції за право перевезення [8].

В європейських країнах активно функціонує мережа регулярних контейнерних поїздів, які курсують строго за розкладом. Їх відправлення здійснюється у чітко визначений час за «жорстким» графіком, навіть якщо склад заповнений не повністю.

Яскравим прикладом є шатл-поїзд

RailXpress, створений швейцарською компанією InnovaTrain AG. Основною задачею організації руху таких поїздів є оперативна доставка невеликих партій контейнерів і стандартних знімних кузовів («swap bodies») за фіксованим маршрутом у форматі змішаних автомобільно-залізничних перевезень. Ці поїзди є універсальними: локомотиви мають бі-модальну дизель-електричну тягу, тому можуть рухатися як по електрифікованих залізничних напрямках, так і неелектрифікованими під'їзними коліями. Це дає змогу безпосередньо подавати вагони на приватні термінали чи складські майданчики без перевантаження на інший вид транспорту. Ключовою технічною особливістю вагонів RailXpress є вбудована система горизонтального перевантаження. Завдяки спеціальним механізмам контейнери та знімні кузова можна переміщувати з платформи безпосередньо на автопричіп (і навпаки) без застосування кранів, що значно прискорює та здешевлює час термінальних операцій [9].

Американська залізнична компанія першого класу CSX Transportation (CSXT) створила сучасний транспортний коридор для перевезення двоповерхових контейнерних поїздів («double-stack») по території США. Для здійснення цих перевезень була проведена комплексна модернізація існуючої інфраструктури, яка полягала в підвищенні габариту верхньої будови колії, реконструкції мостів і тунелів, щоб під ними могли проходити поїзди з контейнерами, складеними у два яруси, а також розширення діючих станцій або будівництво нових інтермодальних терміналів. Новий коридор National Gateway створює швидкий і економічний маршрут доставки імпортованих контейнерних вантажів із великих портів Атлантичного узбережжя (Норфолк, Балтимор, Філадельфія тощо) у глибину країни до Середнього Заходу та далі. У зворотному напрямку потік формуватимуть експортні вантажі, насамперед зерно, вугілля, хімічна продукція та інші промислові товари. Така схема забезпечує збалансоване завантаження поїздів в обох напрямках, значно підвищуючи ефективність і рентабельність залізничних перевезень [10].

Для перевезення контейнерів у два яруси у США використовуються спеціалізовані вагони з заглибленою площадкою для їх установки. Це дозволяє перевозити по два контейнери на одній платформі з проходженням під мостами та в тунелях, що майже на 70 % підвищує ефективність інтермодальних перевезень та скорочує витрати, подвоюючи місткість на вагон. Цей метод, винайдений у США в 1984 році, є стандартним для

перевезення товарів по всій Північній Америці. За останні три десятиліття тарифні ставки на інтермодальні залізничні перевезення вантажів у США знизилися на 51 %. Головним драйвером такого падіння стала лібералізація ринку: з'явилася можливість укласти прямі конфіденційні контракти між вантажовідправником і оператором залізниці. Завдяки цьому залізничні компанії отримали змогу пропонувати гнучкі ціни, які успішно конкурують з автомобільними перевезеннями [11].

Між Європою та США існує фундаментальна різниця в підходах до формування тарифів з перевезення вантажів залізничним транспортом. Головна причина цього є власність інфраструктури: у США інфраструктура залізниць і рухомий склад належать приватним компаніям, тоді як у більшості країн ЄС ці елементи перебувають у державній власності.

У США так договірні тарифи формуються з двох основних складових: плати за доступ до залізничної інфраструктури та плати за безпосередньо надані перевізні послуги. Така модель дає змогу залізницям отримувати достатній дохід для модернізації та розширення своєї мережі і значно знижує ризик необґрунтованих скарг від вантажовідправників щодо рівня тарифів. У країнах ЄС основну роль в організації вантажопотоків виконують консолідаційні хаби, а також ефективний рух товарів від складських терміналів до кінцевих отримувачів. На контейнерних терміналах для виконання вантажно-розвантажувальних робіт використовуються портальні навантажувачі («reach stackers») та портальні крани.

Для України, яка має значну територію, розвинену мережу транспортних шляхів та суттєві регіональні відмінності у виробничій спеціалізації, особливо важливим є ефективне використання регіональних логістичних центрів.

Для власника вантажу головним фактором при виборі залізничного транспорту залишається гарантія безпечної та максимально швидкої доставки вантажу безпосередньо на склад одержувача.

Основний матеріал дослідження

Для залізничного транспорту як системи критерієм оптимальності виступає повне, якісне й оперативне задоволення всіх потреб вантажовласників у перевезеннях [12]. Цей критерій вимірюється кількісно за допомогою цілої низки різноманітних показників.

При плануванні вантажних перевезень в якості критеріїв оптимальності можливо застосувати наступні показники:

- мінімальна відстань перевезення або обсяг вантажообігу (тонно-кілометрів);
- мінімальні транспортні витрати на доставку вантажу;
- мінімізація сумарних виробничих та транспортно-складових витрат
- найкоротший час доставки вантажу.

Таким чином, вибір оптимального варіанту перевезення залежить від пріоритетного критерію, який встановлюється виходячи з конкретних задач логістики чи економіки підприємства. Залежно від мети та конкретних умов розв'язання оптимізаційної задачі, склад елементів витрат, які враховуються в цих показниках, а також характер їх використання можуть суттєво відрізнятися між собою.

Характерними ознаками оптимізаційної моделі є:

- наявність критерію оптимальності (цільової функції, яка виступає кількісним показником ефективності чи вигідності рішення);
- наявність системи обмежень (сукупності умов і вимог, що визначають область допустимих рішень, з-поміж яких обирається найкраще).

Впровадження прискорених контейнерних вантажних поїздів вважається одним із найперспективніших напрямів розвитку залізничного транспорту, однак цей проект є капіталомістким і технічно складним. Для його успішної реалізації необхідне глибоке економіко-фінансове обґрунтування та проведення якісного економічного аналізу, неможливого без попередньої оцінки тих змін у транспортно-експлуатаційних показниках вантажних перевезень, які будуть спричинені саме переходом на прискорений рух.

При цьому оцінювати слід не лише очевидні прямі параметри (зростання середньої швидкості руху поїздів, що впливає з технічних можливостей нових прискорених вантажних поїздів), а й низку похідних характеристик, які матимуть не менш важливе значення для кінцевої економічної ефективності проекту.

У проведеному авторами дослідженні аналізу впливу підвищення швидкості руху поїздів на характеристики вантажних перевезень було застосовано методи математичного моделювання. Зокрема, як основний інструмент дослідження обрано теорію масового обслуговування.

Система масового обслуговування (СМО) моделює процеси, в яких виникає випадковий потік заявок на обслуговування, а час їх обробки також має випадковий характер. Головна мета застосування такої моделі полягає в оцінці та

прогнозуванні пропускної спроможності системи, визначенні оптимальних способів організації процесу обслуговування, підвищенні його якості та розрахунку економічних витрат на основі відомостей про інтенсивність і характер вхідного потоку заявок.

Однією з ключових характеристик системи масового обслуговування є час, протягом якого заявка перебуває в черзі очікування. Цей час можливо зменшити шляхом збільшення кількості каналів (обслуговуючих пристроїв). Проте введення кожного нового каналу пов'язане з додатковими витратами, а водночас зростає частка часу простою цих пристроїв через брак заявок, що також вважається небажаним явищем.

У межах такої математичної моделі з'являється можливість формулювати й розв'язувати значно ширші класи задач. Йдеться не лише про аналіз того, як змінюються ключові характеристики системи зі зростанням швидкості руху контейнерних поїздів, а й про зворотні питання: наприклад, на скільки саме потрібно підвищити швидкість, щоб досягти заздалегідь визначених цільових значень цих характеристик. Зокрема, є можливість розраховувати, до якого рівня слід збільшити швидкість руху, щоб середній час очікування навантаження знизився до необхідного значення або щоб стала можливою оптимізація кількості задіяних складів.

Використовуючи апарат теорії масового обслуговування, можливо розв'язати задачу оптимізації, яка полягає в забезпеченні необхідного рівня якості обслуговування за найменших витрат, пов'язаних із простоями обслуговуючого обладнання.

Метою розробленої моделі є дослідження змін ключових показників логістики контейнерних перевезень: часу перебування вантажів у дорозі; тривалості очікування навантаження та розвантаження; а також інших пов'язаних параметри, задіяних при переході від швидкості традиційних перевезень до прискорених.

Виходячи з знайдених закономірностей, розроблено методику розв'язання практичних завдань з визначення параметрів прискорених перевезень, які забезпечують досягнення наперед заданих цільових характеристик руху поїздів.

Для теоретичного аналізу перевезень застосовано фундаментальні принципи системи масового обслуговування (СМО). Вантажні транспортні операції інтерпретовано як класичну СМО, в якій ключовими елементами є потоки запитів на послугу та механізми їх обробки. У рамках цієї математичної моделі СМО включає мережу паралельних сервісних каналів, які одночасно

виконують обробку вхідних запитів. Такі запити можуть перебувати в стані активної сервісної обробки або утворювати чергу в режимі очікування, що відображає динаміку реальних логістичних процесів. Цей підхід дозволяє кількісно оцінити ефективність, навантаження та потенційні вузькі місця в системі перевезень.

У розробленій моделі сервісами є прискорені чи звичайні вантажні поїзди, а заявками є «партії вантажів» – сукупності вантажів, що наповнюють один такий вантажний поїзд. Тобто вантажі розглядаються не індивідуально, а «груповим способом». Це пов'язано з тим, що на практиці прискорений рух вантажних поїздів буде досить дорогим і матиме сенс тільки при завантаженні таких поїздів близько до максимально можливого. Тому в моделі передбачено відправлення поїздів зі 100 % завантаженням. У такій ситуації розумно розглядати вантажі не індивідуально, а партіями вантажів. Тобто в якості заявки було розглянуто не окремі вантажі, а сукупність вантажів, що заповнюють один вантажний поїзд, таку сукупність називатимемо партією вантажів.

Отже, розроблена математична модель представлена у формі системи масового обслуговування типу $M/M/c/\infty$ (за стандартною нотацією Кендалла [13]). Це означає, що розглядається СМО з такими основними властивостями:

- вхідний потік заявок є пуассонівським, а часи обслуговування кожної заявки розподілені за експоненційним законом (тобто потік обслуговувань також пуассонівський);
- система обладнана с паралельними каналами (сервісами) обслуговування;
- місткість системи необмежена: загальна кількість заявок, які можуть одночасно перебувати як на обслуговуванні, так і в черзі очікування, є нескінченною.

Така модель дозволяє аналітично дослідити ключові характеристики багатоканальної системи з очікуванням за умови марковських потоків подій.

Окрім зазначеного, модель СМО додатково визначається двома ключовими параметрами: інтенсивністю надходження заявок λ та інтенсивністю обслуговування однією серверною одиницею μ .

По суті, це описує модель прискорених вантажних перевезень між двома ключовими транспортними хабами. Між цими пунктами регулярно курсують с вантажних поїздів.

Інтенсивність надходження вантажів на пункт відправлення становить у середньому $\lambda \cdot N$

одиниць за одиницю часу, де N – місткість одного вантажного поїзда.

Водночас один поїзд у середньому доставляє з пункту відправлення до пункту призначення $\mu \cdot N$ вантажів за той самий проміжок часу.

У моделі прискорених вантажних перевезень особливістю є підвищення інтенсивності обслуговування заявок одним каналом сервісу (μ).

Для вирішення поставленої задачі було поставлено наступні цілі:

- проаналізувати параметри двох СМО моделі $M/M/c/\infty$ з ідентичною інтенсивністю надходження запитів, але з відмінною інтенсивністю обслуговування одним каналом, тобто оцінити особливості руху вантажних поїздів під час переходу від стандартного режиму до прискореного;

- на базі виведених формул дослідити, як залежить кількість вантажних поїздів і тривалість простою обслуговуючих пристроїв від рівня інтенсивності обслуговування, тобто від темпу руху;

- визначити рівень інтенсивності обслуговування, який потрібен для забезпечення наперед заданої середньої тривалості перебування запиту в СМО, тобто розрахувати швидкість вантажного поїзда, необхідну для досягнення заздалегідь визначеного середнього часу транспортування вантажів;

- визначити рівень інтенсивності обслуговування, який забезпечить заздалегідь встановлений відсоток простою обслуговуючих засобів, тобто підрахувати швидкість руху, що дозволить досягти попередньо заданого відсотка простою вантажних поїздів;

- визначити рівень інтенсивності обслуговування, потрібний для досягнення заздалегідь заданої середньої тривалості перебування запиту в черзі, тобто розрахувати швидкість руху, яка забезпечить наперед визначену середню тривалість транспортування вантажів.

Системи масового обслуговування, які розглядалися в розробленій моделі даного типу, належать до класичних об'єктів дослідження в теорії черг. Для них вже давно розроблено та виведено стандартні математичні формули, що описують ключові характеристики ефективності функціонування системи.

Коефіцієнт завантаження системи розраховується за формулою:

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} \quad (1)$$

де: λ - інтенсивність надходження заявок,
 μ - інтенсивність їх обслуговування.

Тоді ймовірність того, що в СМО відсутні заявки (тобто система перебуває в порожньому стані), визначається за формулою

$$p_0 = \left(\sum_{n=0}^{c-1} \frac{\rho^n}{n!} + \frac{\rho^c}{c!} \left(\frac{1}{1 - \frac{\rho}{c}} \right) \right)^{-1} \quad (2)$$

Через цю можливість p_0 обчислюються основні функціональні властивості системи.

У теорії масового обслуговування (ТМО) середня кількість заявок у черзі розраховується за формулою:

$$L_q = \frac{\rho^{c+1}}{(c-1)! \cdot (c-\rho)^2} \cdot p_0 \quad (3)$$

Імовірність того, що в СМО знаходиться n заявок, обчислюється за формулами:

$$p_n = \frac{\rho^n}{n!} \cdot p_0, \text{ якщо } n \leq c \quad (4)$$

$$p_n = \frac{\rho^n}{c! \cdot c^{n-c}} \cdot p_0, \text{ якщо } n > c \quad (5)$$

Середня кількість заявок, що знаходяться в системі, розраховується за формулою:

$$L_s = L_q + \rho \quad (6)$$

Середня тривалість перебування заявки в системі та середня тривалість перебування заявки в черзі знаходяться за формулою Літтла [14]

$$L_s = \lambda \cdot W_s, \quad L_q = \lambda \cdot W_q \quad (7)$$

Середня тривалість перебування заявки в системі (тобто час від надходження заявки до завершення її обслуговування, включаючи можливе очікування в черзі) обчислюється за формулою Літтла [14]:

$$W_s = \frac{L_s}{\lambda}, \quad (8)$$

а середня тривалість перебування заявки у черзі обчислюється за формулою:

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} \quad (9)$$

Для досягнення поставленої мети використано комплексний підхід, який базується на системному аналізі та послідовному виконанні етапів. Основна ідея методології полягає в інтеграції теоретичних засад з практичними інструментами, що дозволяє ефективно вирішувати завдання з урахуванням специфіки об'єкта дослідження.

1. Аналіз та зіставлення ключових показників

двох СМО типу $M/M/c/\infty$ з ідентичною інтенсивністю надходження заявок, але відмінною інтенсивністю обслуговування одним каналом. Це дозволило оцінити зміни в характеристиках потоку вантажних поїздів під час переходу від традиційного вантажного сполучення до прискореного режиму.

У системі функціонують вантажні поїзди двох типів c : звичайні та прискорені. Вантажі прибувають на станцію для обробки партіями з постійною інтенсивністю λ партій за добу. Інтенсивність обслуговування однієї партії (що включає навантаження, транспортування, розвантаження та повернення поїзда на станцію) становить $\mu_{зв}$ партії за добу для одного звичайного вантажного поїзда та $\mu_{пр}$ партії за добу для одного прискореного вантажного поїзда.

Необхідно обчислити усі ключові параметри СМО, застосовуючи класичні формули з теорії масового обслуговування для вказаного різновиду СМО.

Для аналізу залежності ключових характеристик СМО від інтенсивності потоку обслуговування ми варіюватимемо цей параметр у діапазоні від $\mu_{зв}$ партії за добу до $\mu_{пр}$ партії за добу з кроком $\Delta\mu$ партій за добу.

2. Дослідження залежності числа вантажних поїздів та частки простою обладнання для обслуговування від інтенсивності потоку операцій обслуговування, зокрема від швидкості переміщення.

У тих випадках, коли необхідно розрахувати кількість вантажних поїздів, яка дозволить зменшити час обробки заявки в системі масового обслуговування до рівня $T_{доб}$. На основі проведеного аналізу необхідно зробити висновки щодо сильних і слабких сторін перевезень за допомогою прискорених вантажних поїздів у порівнянні з традиційними вантажними перевезеннями.

При аналізі задач такого типу виявлено, що зростання кількості каналів обслуговування (наприклад, поїздів у транспортній системі) призводить до збільшення числа одиниць, які залишаються без роботи. Цей показник описується відсотком простою каналів обслуговування (або засобів обслуговування), позначеним як X . Для його розрахунку спочатку визначено середню кількість зайнятих каналів c . Тоді відсоток простою розраховується за формулою:

$$X = \frac{c - \bar{c}}{c} \cdot 100 \quad (10)$$

Середню кількість працюючих каналів обслуговування можна обчислити як різницю між

середньою кількістю заявок у системі (L_s) та середньою кількістю заявок у черзі (L_q):

$$\bar{c} = L_s - L_q \quad (11)$$

Однак середнє число заявок, які перебувають у СМО, позначається як L_s і обчислюється за відомою формулою Літтла [14]:

$$L_s = L_q + \rho, \text{ де } \rho = \frac{\lambda}{\mu} \quad (12)$$

У підсумку, отримуємо вираз для визначення рівня простою техніки у відсотках:

$$X = \left(1 - \frac{\lambda}{c \cdot \mu}\right) \cdot 100 \quad (13)$$

На підставі наведеної формули виконані розрахунки для визначення відсотка простою обладнання обслуговування X .

Для виконання поставленої задачі в моделі змінювали кількість поїздів c в системі.

3. Дослідження необхідної інтенсивності процесу обслуговування для забезпечення наперед визначеного середнього часу перебування заявки в СМО, що еквівалентно аналізу потрібної швидкості переміщення вантажів задля досягнення заздалегідь установленого середнього терміну їх знаходження під час транспортування.

В тому випадку, коли зменшуємо середню тривалість перебування заявки до СМО до T діб. Визначимо, якою має бути інтенсивність потоку обслуговування μ для досягнення цієї мети.

Ця задача вирішується шляхом варіювання інтенсивності потоку обслуговування μ за допомогою декількох ітерацій. Обчислення проводилися на основі формули для середньої тривалості перебування заявки у СМО W_s за формулою (8) з урахуванням формули (12). Середня кількість заявок у черзі знаходиться за формулою (3).

Це дослідження дало змогу сформулювати висновки щодо переваг або недоліків транспортування вантажів прискореними вантажними поїздами в порівнянні зі стандартними вантажними складами.

4. Дослідження необхідної інтенсивності потоку обслуговування для забезпечення заздалегідь встановленого рівня простою обслуговуючих пристроїв, а саме визначення потрібної швидкості руху, яка гарантує досягнення заданого відсотка простою вантажних поїздів.

В проведених дослідженнях проведено аналіз щодо визначення, якою повинна бути інтенсивність обслуговування μ , аби частка простою ресурсів обслуговування (поїздів) X залишалася

в межах заданої межі. На основі цього вивчення сформульовані висновки стосовно сильних і слабких сторін транспортування вантажів прискореними поїздами в порівнянні з традиційними вантажними поїздами.

Відсоток простою засобів обслуговування (поїздів) X обчислюється за допомогою формули (13). Для цього було розв'язано цю задачу, змінюючи інтенсивність потоку обслуговування за допомогою кількох ітераційних кроків.

Дослідження проблеми визначення необхідної інтенсивності каналу обслуговування для забезпечення наперед заданої середньої тривалості очікування заявки в черзі, а саме - обчислення мінімальної швидкості транспортного потоку, яка гарантує досягнення попередньо визначеного середнього часу перебування вантажів під час їх перевезення.

5. Уявімо ситуацію, коли необхідно встановити середній час очікування заявки в черзі на рівні $W_q = T$ діб. Визначено, яка саме інтенсивність процесів обслуговування потрібна для реалізації цієї задачі. Базуючись на результатах проведеного аналізу, сформульовано висновки щодо сильних і слабких сторін СМО з використанням прискорених вантажних поїздів у порівнянні з СМО, що застосовує стандартні вантажні поїзди.

Ця задача розв'язується за допомогою змінювання інтенсивності потоку обслуговування μ шляхом виконання кількох ітерацій. Розрахунки здійснювалися за допомогою використання формул (2, 3, 9) для середнього часу очікування заявки в черзі W_q .

Розглянемо приклад вирішення поставленої задачі за допомогою розробленої моделі.

Проведемо аналіз організації вантажних перевезень між парою логістичних центрів, які мають наступні параметри:

- кількість вантажних поїздів у системі (прискорених або звичайних): $c=2$;
- інтенсивність вхідного потоку: $\lambda=0,9$ партій за добу, тобто в середньому за добу прибуває 0,9 партій вантажів;
- інтенсивність потоку обслуговувань звичайним вантажним поїздом: $\mu_{зв}=0,5$ партій на один поїзд за добу, тобто в середньому звичайному вантажному поїзду на навантаження, доставку, розвантаження та повернення у вихідний пункт потрібно 2 доби;
- інтенсивність потоку обслуговувань прискореним вантажним поїздом: $\mu_{пр}=2$ партій на один поїзд за добу, тобто в середньому прискореному вантажному поїзду на навантаження, доставку, розвантаження та повернення у вихідний

пункт необхідно 0,5 добу;

- межі зміни інтенсивності потоку обслуговувань: від $\mu_{зв}=0,5$ партій за добу до $\mu_{пр}=2$ партій за добу з кроком $\Delta\mu=0,15$ партій за добу.

Мета дослідження: провести аналіз і зіставлення ключових показників двох СМО моделі $M/M/c/\infty$, які мають ідентичну інтенсивність надходження заявок, але відрізняються швидкістю обробки одним каналом. Це дозволяє оцінити, як змінюються параметри ефективності при організації вантажних перевезень у разі переходу від стандартного режиму руху до прискореного.

Результати обчислень, отримані за допомогою програмного забезпечення PTC Mathcad Prime 3.0, наведено в табл. 1.

Таблиця 1

Порівняння головних показників СМО для різних інтенсивностей обслуговування

Інтенсивність потоку обслуговування (μ)	Ймовірність надходження в СМО 0 заявок (p_0)	Середня кількість заявок у черзі (L_q)	Середня кількість заявок, в системі (L_s)	Середня тривалість перебування заявки у черзі (W_q)	Середня тривалість перебування заявки у системі (W_s)
0,50	0,053	7,674	9,474	8,526	10,526
0,65	0,182	1,274	2,659	1,416	2,955
0,80	0,280	0,521	1,646	0,579	1,829
0,95	0,357	0,274	1,221	0,305	1,357
1,10	0,419	0,164	0,983	0,183	1,092
1,25	0,471	0,107	0,827	0,119	0,919
1,40	0,514	0,074	0,717	0,082	0,797
1,55	0,550	0,053	0,634	0,059	0,705
1,70	0,581	0,040	0,569	0,044	0,633
1,85	0,609	0,031	0,517	0,034	0,575
2,00	0,633	0,024	0,474	0,027	0,527

На основі цих розрахункових даних збудуємо графіки (див. рис. 1-3).

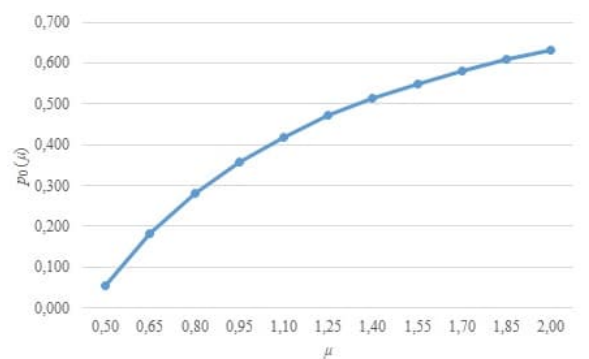


Рис. 1. Залежність ймовірності того, що у СМО знаходиться 0 заявок p_0 від інтенсивності потоку обслуговувань одним сервісом (вантажним поїздом) μ

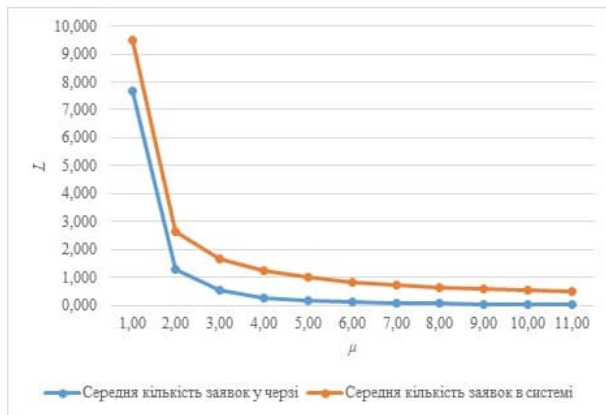


Рис. 2. Залежність середньої кількості заявок у черзі L_q та системі L_s від інтенсивності потоку обслуговування одним сервісом (вантажним поїздом) μ

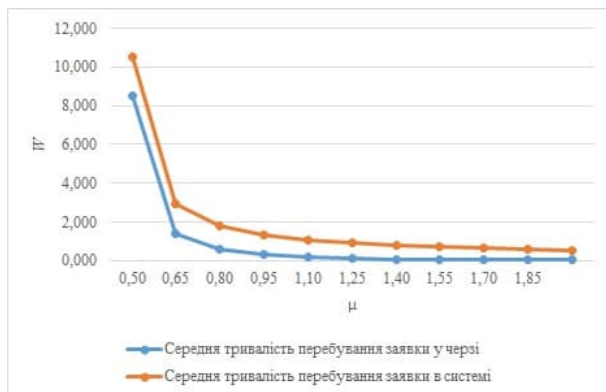


Рис. 3. Залежність середньої тривалості перебування заявки в черзі W_q та системі W_s від інтенсивності потоку обслуговування одним сервісом (вантажним поїздом) μ

Як видно з рис. 1, зі зростанням інтенсивності обслуговування одним сервером імовірність відсутності заявок у системі (тобто $n=0$) монотонно збільшується та досягає свого максимального значення при $\mu=2$.

Як впливає з рис. 2, при збільшенні інтенсивності потоку обслуговування одним поїздом середня кількість вимог у черзі L_q та в системі L_s монотонно знижується, досягаючи найменшого значення при $\mu=2$.

Як видно з рис. 3, зі зростанням інтенсивності обслуговування одним поїздом середня кількість заявок у черзі W_q та системі W_s стабільно знижується і досягає мінімального значення при $\mu=2$.

На підставі аналізу табл. 1 та рис. 1–3 можна зробити висновок, що СМО із застосуванням прискорених вантажних поїздів перевершує СМО зі звичайними вантажними поїздами за низкою важливих показників і має виражені переваги:

- помітно нижчі значення середньої довжини черги (L_q), загальної кількості заявок у системі

- (L_s), середнього часу очікування в черзі (W_q) та середнього часу перебування в системі (W_s);

- набагато більша імовірність (p_0) того, що в системі наразі відсутні заявки.

Наукова новизна і практична значимість

У якості наукової новизни у статті представлено новий підхід до визначення розподілення швидкостей руху контейнерних поїздів між собою при інтермодальних перевезеннях

У межах запропонованої математичної моделі з'являється можливість формулювати й розв'язувати значно ширші класи задач. Йдеться не лише про аналіз того, як змінюються ключові характеристики системи зі зростанням швидкості руху контейнерних поїздів, а й про зворотні питання: на скільки саме потрібно підвищити швидкість, щоб досягти заздалегідь визначених цільових значень цих характеристик. Зокрема, є можливість розраховувати, до якого рівня слід збільшити швидкість руху, щоб середній час очікування навантаження знизився до необхідного значення або щоб стала можливою оптимізація кількості задіяних складів

Висновки

У статті запропоновано методичний підхід до оцінки змін ключових показників інтермодальних вантажних перевезень при переході від звичайного до прискореного режиму руху поїздів. Йдеться про такі характеристики, як середня швидкість доставки вантажу, середній час очікування навантаження, середня кількість поїздів, що перебувають у просторі, та інші подібні параметри.

Оснóву розробленої методики становлять положення теорії масового обслуговування. За її допомогою виявлено загальні математичні закономірності, які описують, як змінюються зазначені показники при впровадженні прискорених вантажних перевезень.

У ході дослідження вирішені наступні основні задачі:

- проведено порівняльний аналіз змін основних показників обслуговування вантажних перевезень при переході від традиційних до прискорених вантажних перевезень;

- досліджено залежність кількості вантажних поїздів та відсотка простою засобів обслуговування від швидкості руху поїздів, а також визначено необхідну кількість вантажних поїздів для забезпечення заданого середнього часу доставки вантажів;

- проаналізовано, яка швидкість руху поїздів потрібна для досягнення наперед встановленого

допустимого рівня простою вантажних поїздів.

БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК

1. Левковець П. Р., Шульга С. В. Проблеми здійснення транспортно-експедиційної діяльності в Україні. *Системні методи керування, технологія та організація виробництва, ремонту і експлуатації автомобілів*. 2003. № 17. С. 96–101.
2. Левченко О. П. Розвиток транспортно-експедиційної діяльності в Україні. *Збірник наукових праць Київського університету економіки і технологій транспорту. Серія "Економіка і управління"*. 2005. № 7. С. 93–97.
3. Брайковська А. Бенчмаркінг у сфері організації вантажних перевезень у змішаному сполученні. *Збірник наукових праць Державного економіко-технологічного університету транспорту: Серія «Економіка і управління»*. 2012. Т. 2, № 21-22. С. 104–117.
4. Марінцева К. В. Аналіз транспортної та логістичної інфраструктури України. *Матеріали дев'яtnадцятної всеукраїнської науково-практичної конференції «Інноваційний потенціал української науки - XXI сторіччя»*. URL: <http://nauka.zinet.info/19/marintseva.php> (дата звернення: 23.12.2025).
5. Артеменко А. Н. Совершенствование транспортно-экспедиторского обслуживания предприятий и организаций на примере автомобильного транспорта общего пользования Украины. г. Киев : Автореф. диссертации на соискание ученой степени канд. экономичес. наук, 1993. 19 с.
6. Панченко С. В., Лаврухин О. В., Котенко А. М. Математична модель руху контейнерних поїздів напрямку Україна – Китай на принципах глобальної логістики. *Збірник наукових праць Українського державного університету залізничного транспорту*.

2016. № 160. С. 5–10.

7. Wang X. Operational Transportation Planning of Modern Freight Forwarding Companies: Vehicle Routing Under Consideration of Subcontracting and Request Exchange. *Springer Fachmedien Wiesbaden, Imprint: Springer Gabler*. 2014. 180 p.

8. Annual trends of the transport forum. *International Transport Forum*. URL: <https://www.itf-oecd.org/> (date of access: 20.09.2025).

9. Railjet Xpress Train. *About Railjet Xpress Trains*. URL: <https://rail.ninja/train/railjet-xpress-train> (date of access: 20.09.2025).

10. Davis L. Intermodal railway success stories. *CSX*. URL: <https://www.intermodal.com/> (date of access: 21.09.2025).

11. Rodrigue J.-P. The Geography of Transport Systems. *T&F eBooks*. URL: <https://www.taylorfrancis.com/books/mono/10.4324/9781003343196/geography-transport-systems-jean-paul-rodrigue> (date of access: 28.09.2025).

12. Статут залізниць України. *Постанова Кабінету міністрів України №457*. URL: <https://qdpro.com.ua/export/document/8009> (дата звернення: 05.10.2025).

13. Goethals P., Scala N., Bennett D. Mathematics in Cyber Research. *T&F eBooks*. URL: <https://www.taylorfrancis.com/books/edit/10.1201/9780429354649/mathematics-cyber-research-paul-goethals-natalie-scala-daniel-bennett> (date of access: 05.10.2025).

14. Leon-Garcia A. Probability, Statistics, and Random Processes for Electrical Engineering : textbook. 3rd ed. Toronto : Pearson Education, Inc, 2008. 818 p.

Надійшла в редколегію 01.10.2025

Прийнята до друку 11.12.2025

O. PAKHOV, R. KOMPANIETS, M. SERHIENKO

MATHEMATICAL MODELING OF THE CONTAINER TRANSPORTATION PROCESS FOR THE PURPOSE OF ITS OPTIMIZATION

Container transportation is a key element of modern intermodal transport schemes in global trade. The tasks associated with the modeling of container transportation are becoming increasingly **relevant**. The **purpose** of the modeling is to study changes in key indicators of container transportation logistics: cargo transit time; loading and unloading waiting times; as well as other related parameters involved in the transition from the speed of traditional transportation to accelerated ones. Thus, the choice of the optimal transportation option depends on the priority criterion, which is established based on specific logistics or economic problems of the enterprise. Depending on the purpose and specific conditions for solving the optimization problem, the composition of cost elements taken into account in these indicators, as well as the nature of their use, may differ significantly from each other. The proposed **methodology** is based on a mass service system that models processes in which a random flow of service requests occurs, and the time for their processing is also random. The main purpose of using such a model is to assess and predict the system's throughput, determine the optimal ways to organize the service process, improve its quality, and calculate economic costs based on information on the intensity and nature of the incoming flow of applications. As a **scientific novelty**, the article presents a new approach to determining the distribution of container train speeds among themselves during intermodal transportation. **Results**. The following main tasks were solved during the study: a comparative analysis of

changes in the main indicators of freight service during the transition from traditional to accelerated freight transportation was carried out; the dependence of the number of freight trains and the percentage of downtime of service facilities on the speed of trains was studied, and the required number of freight trains was determined to ensure a given average cargo delivery time; the speed of trains required to achieve a predetermined permissible level of freight train downtime was analyzed. **Practical significance.** Within the framework of the proposed mathematical model, it becomes possible to formulate and solve much wider classes of problems. This concerns not only the analysis of how the key characteristics of the system change with the increase in the speed of container trains, but also the inverse questions: how much exactly the speed needs to be increased in order to achieve the predetermined target values of these characteristics. In particular, it is possible to calculate to what level the speed should be increased so that the average waiting time for the load decreases to the required value or so that the optimization of the number of warehouses involved becomes possible.

Keywords: intermodal transportation, container transportation, mass service system, speed of movement, freight forwarding service.