

УДК 621.33:629.423.31

А. М. АФАНАСОВ^{1*}, А. О. СКАЧКОВ^{2*}, С. В. КОНЧАНІН^{3*}

^{1*} Каф. «Електрорухомий склад залізниць», Український державний університет науки і технологій, вул. Лазаряна, 2, 49010, г. Дніпро, Україна, тел. +38 (056) 373 15 31, ел. пошта a.m.afanasov@ust.edu.ua, ORCID 0000-0003-4609-2361

^{2*} Каф. «Електрорухомий склад залізниць», Український державний університет науки і технологій, вул. Лазаряна, 2, 49010, г. Дніпро, Україна, тел. +38 (056) 373 15 31, ел. пошта lskachkov1@gmail.com, ORCID 0009-0001-2423-8377

^{3*} Каф. «Електрорухомий склад залізниць», Український державний університет науки і технологій, вул. Лазаряна, 2, 49010, г. Дніпро, Україна, тел. +38 (056) 373 15 31, ел. пошта konchanin.stas@gmail.com, ORCID 0009-0009-7273-1893

МОДЕЛЮВАННЯ ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ТЯГОВИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ ДВИГУНІВ РУХОМОГО СКЛАДУ

Мета. Метою наукового дослідження є розробка методики моделювання електромеханічних характеристик тягових електричних двигунів постійного та пульсуючого струму тягового рухомого складу магістрального та промислового залізничного транспорту. Математичне моделювання електромеханічних характеристик тягових електричних машин необхідна умова для проведення тягових розрахунків та дослідження перехідних процесів в тягових електроприводах рухомого складу аналітичними методами. На даний час є ряд наукових робіт, в яких зазвичай розглядаються графоаналітичні методи тягових розрахунків, які обмежують існуючі методи оптимізації режимів руху поїздів. У зв'язку з викладеним вище, можна зробити висновок, що дослідження, спрямовані на моделювання електромеханічних характеристик тягових електричних машин постійного та пульсуючого струму є актуальними. **Методи.** Методологічною основою наукового дослідження є загальні теоретичні положення та принципи системного підходу теоретичної електротехніки, теорії електричних машин та перетворювачів. Обґрунтування методики визначення коефіцієнтів апроксимуючих залежності питомої електрорухомої сили тягового двигуна від струму збудження виконано з використанням принципів та методів теорії електричних ланцюгів, теорії електричних та магнітних машин, відомих методів математичного аналізу. В якості критерію коректності апроксимації обраний мінімум середнього квадратичного відхилення моделі від оригінальної характеристики. **Результати.** В результаті проведеного аналізу доведено, що зі всіх відомих аналітичних виразів, за допомогою яких може виконуватися моделювання кривої намагнічування тягових електричних двигунів, найкраще наближення дає вираз у вигляді функції арктангенсу. При моделюванні електромеханічних характеристик реальних тягових електричних двигунів електровозів відносне відхилення від реальних швидкісних характеристик не перевищує два відсотки, що менше, ніж допустиме відхилення частоти обертання тягових електромашин від його номінального значення. При використанні запропонованої методики можливе визначення коефіцієнтів апроксимації у рівняннях, що моделюють електромеханічні характеристики тягових електричних двигунів, за типовими параметрами тягової електромашини, без використання самих характеристик. **Наукова новизна.** Запропоновано зручну та ефективну методику визначення коефіцієнтів апроксимації магнітної характеристики тягових електричних двигунів постійного та пульсуючого струму, яка відрізняється тим, що дозволяє виконувати математичне моделювання електромеханічних характеристик тягових електричних двигунів лише за їх типовими параметрами. **Практична значимість.** Запропонована методика визначення коефіцієнтів апроксимації магнітної та відповідних електромеханічних характеристик може бути використана при виконанні тягових розрахунків аналітичним методом, при проведенні аналізу перехідних електромеханічних процесів в тягових електричних двигунах, а також для вибору раціональних параметрів систем автоматичного керування тяговим електроприводом.

Ключові слова: тягові електромашини, моделювання, магнітна характеристика, коефіцієнт магнітного насичення, апроксимація, середнє квадратичне відхилення.

Вступ

Моделювання електромеханічні характеристик тягових електричних двигунів (ТЕД) виконується за допомогою аналітичних виразів, що описують криві намагнічування електричних машин. Саме залежність магнітного потоку тягової електромашини від струму збудження при заданих номінальних параметрах ТЕД визначає його електромеханічні характеристики:

залежності швидкості та сили тяги, приведених до ободу колеса, від струму якоря. У свою чергу, ці залежності визначають і тягові характеристики.

Постановка завдання дослідження

Відомий цілий ряд досліджень, присвячених пошуку оптимальних аналітичних виразів, що описують криві намагнічування електричних

машин, у тому числі – тягових електродвигунів постійного та пульсуючого струму.

Такий аналітичний вираз з одного боку повинен можливо точно описувати залежність магнітного потоку електромашини від м. р. с. її обмотки збудження (струму збудження), а з іншого боку – бути досить простим і легко диференційованим.

Таким вимогам, на думку багатьох дослідників, найбільш повно відповідає функція арктангенсу [1, с. 14-18]. Для практичних розрахунків найбільш зручним є опис кривої намагнічування електромашини у вигляді залежності питомої е. р. с. обертання від струму збудження:

$$e = f(I), \quad (1)$$

де e – питома е. р. с. обертання якоря;

I – струм збудження електромашини.

$$e = \frac{E}{\omega},$$

де E – е. р. с. обертання якоря електромашини;

ω – кутова швидкість обертання якоря.

Аналітичний вираз залежності $e(I)$ може бути представлено у вигляді:

$$e = A \arctg(BI), \quad (2)$$

де A і B – постійні коефіцієнти.

У практиці тягового електромашинобудування досить широко використовується універсальна магнітна характеристика, що досить точно описує криві намагнічування електродвигунів тягового рухомого складу [2, с. 44-48]. Відомі і дослідження, присвячені аналітичному опису даної універсальної характеристики [3, с. 44-49]. Найбільш поверхневий аналіз показує, що вираз (2) описує універсальну магнітну характеристику з достатньою точністю лише в середній її частині. У пропорційній зоні та зоні насичення застосування виразу (2) дає певну помилку. Асимптота арктангенса горизонтальна, а крива універсальної магнітної характеристики в зоні насичення є похилою лінією.

Проте необхідно відзначити, що реальні типові швидкісні характеристики тягових двигунів [4, с. 37-39] дають розрахункові наведені магнітні характеристики, в достатній степені відмінні від універсальної характеристики ($\pm 3\%$). Враховуючи той факт, що допустимі відхилення для реальних магнітних характеристик у годинному режимі становлять $\pm 3\%$ [5, с. 3-12; 6, с. 58-64], їх опис виразом (2) у зоні робочого діапазону зміни струму є задовільним.

Матеріал і результати досліджень

Розглянемо властивості функції (2), як виразу для опису магнітної характеристики, представивши її у вигляді:

$$e_A = \arctg BI, \quad (3)$$

де $e_A = \frac{e}{A}$.

Графік функції (2) наведено на рис. 1 у вигляді кривої $e_A = f(BI)$ (лінія 1).

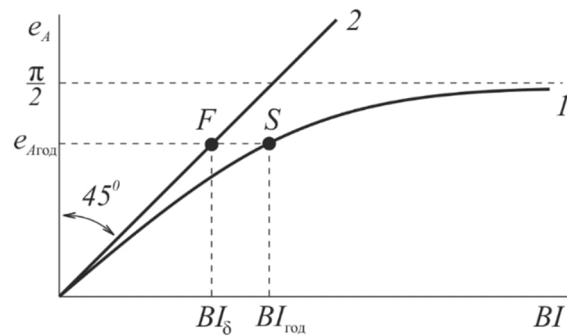


Рис. 1. Характер залежності $e_A = \arctg BI$

Припустимо, що точка S відповідає годинному режиму ($I=I_{\text{год}}$), для якого $e_A=e_{A_{\text{год}}}$. Тоді коефіцієнт насичення тягової електромашини, що відповідає годинному режиму, буде дорівнювати:

$$K_{\text{нгод}} = \frac{BI_{\text{год}}}{BI_{\delta}}, \quad (4)$$

де BI_{δ} – параметр BI , що відповідає падінню магнітної напруги в повітряному зазорі.

Пряма 2 відповідає залежності питомої е. р. с. від падіння магнітної напруги в повітряному зазорі електромашини. З властивостей функції арктангенса [1, с. 14-18] пряма 2, що є дотичною до кривої 1 в точці $e_A(0)$, описується рівнянням:

$$e_A = BI, \quad (5)$$

а кути її нахилу до осей координат рівні 45° . Тоді вираз для коефіцієнта насичення $K_{\text{нгод}}$ може бути перетворено до вигляду:

$$K_{\text{нгод}} = \frac{\text{tg} e_{A_{\text{год}}}}{e_{A_{\text{год}}}}, \quad (6)$$

де $e_{A_{\text{год}}}$ – параметр e_A , відповідний годинному струму (рис. 1).

Таким чином, коефіцієнт насичення $K_{\text{нгод}}$, відповідний годинному режиму, визначає параметр $e_{A_{\text{год}}}$, а за відомої питомої годинної е. р. с.

обертання $e_{\text{год}}$ і сам коефіцієнт A у виразі (2) визначається за формулою:

$$A = \frac{e_{\text{год}}}{e_{A_{\text{год}}}}. \quad (7)$$

Значення $e_{\text{год}}$ може бути виражено через типові параметри тягової електромашини у вигляді:

$$e_{\text{год}} = \frac{U_n - I_{\text{год}} \cdot R}{\omega_{\text{год}}}, \quad (8)$$

де U_n – номінальна напруга;

$I_{\text{год}}$, $\omega_{\text{год}}$ – годинні струм та кутова швидкість відповідно;

R – сумарний опір обмоток електромашини.

Як буде показано нижче, вирази (6) і (7) можуть бути використані для грубої оцінки параметра A у спрощених розрахунках, що вимагають аналітичний опис магнітних характеристик тягових електромашин за відомим коефіцієнтом магнітного насичення $K_{\text{нгод}}$.

Коефіцієнт B при відомих значеннях A і $e_{\text{год}}$ може бути визначений як

$$B = \frac{\text{tg } e_{A_{\text{год}}}}{I_{\text{год}}}. \quad (9)$$

Для моделювання електромеханічних характеристик тягових електродвигунів необхідні їх реальні магнітні характеристики. Вважатимемо відомими типові швидкісні характеристики тягових двигунів $\omega=f(I)$, номінальну напругу U_n та сумарний опір їх обмоток R . Тоді стає нескладним отримання реальної магнітної характеристики у вигляді $e=f(I)$. Необхідно відзначити, що типові швидкісні характеристики, отримані в результаті кваліфікаційних випробувань тягових електромашин, представлені у вигляді кінцевого числа дискретних точок [7, с. 119-126] і є усередненими для даної серії електромашини.

Відомий цілий ряд методів визначення коефіцієнтів A і B . Аналіз найбільш очевидних з них наведено в роботі [8, с. 29-31]. Найбільш зручним способом визначення коефіцієнтів A і B у даній роботі визнано такий, що графічно представлений на рис. 2. Шукані параметри апроксимуючої функції (2) знаходяться з умови проходження кривої $e(I)$ через задану точку S при максимальному збігу шуканої кривої 2 з реальною кривою намагнічування 1 на заданому відрізку зміни струму $[I_1; I_2]$. В якості критерію коректності апроксимації може бути обраний мінімум середнього квадратичного відхилення значень моделі залежності $e(I)$ від оригіналу [1, с. 14-18].

В якості точки S при заданому способі апроксимації має сенс вибрати режим, відповідний годинному струму [1, с. 14-18, 2, с. 44-48], тобто $I_S=I_{\text{год}}$.

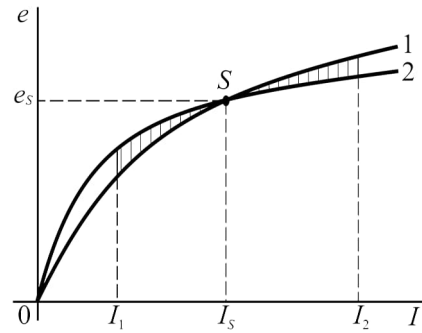


Рис. 2. Принцип визначення коефіцієнтів A і B

Коефіцієнти A і B у цьому випадку визначаються методом підбору з урахуванням виконання умов:

$$\begin{cases} e_S = A \cdot \arctg(BI_S); \\ \sigma \rightarrow \min, \end{cases} \quad (10)$$

де σ – середньоквадратична похибка.

Вибір відрізка $[I_1; I_2]$, на якому розраховується параметр σ , здійснюється з урахуванням очікуваного діапазону зміни струму I та цілей моделювання магнітної характеристики.

У табл. 1 наведено результати розрахунку універсальної залежності $e_{A_{\text{год}}} = f(K_{\text{нгод}})$, проведеного з використанням універсальної магнітної характеристики тягових електромашин [2, с. 44-48] з урахуванням виконання умов:

$$\begin{cases} \Phi_S = A_0 \cdot \arctg(B_0 F_S); \\ \sigma \rightarrow \min, \end{cases} \quad (11)$$

де Φ_S і F_S – координати точки S (у відносних одиницях) на універсальній магнітній характеристиці [2, с. 44-48], відповідні обраному коефіцієнту насичення $K_{\text{нгод}}$ [9, с. 160-163; 10, с. 143-157] годинного режиму;

A_0 і B_0 – коефіцієнти апроксимації універсальної магнітної характеристики.

Таблиця 1
Результати розрахунку залежності $e_{A_{\text{год}}} = f(K_{\text{нгод}})$

$K_{\text{нгод}}$	1,67	1,79	1,91	2,04	2,15	2,27	2,49
$e_{A_{\text{год}}}$	1,16	1,2	1,23	1,25	1,26	1,28	1,3

При цьому параметр $e_{A_{\text{год}}}$ розглядається як відношення

$$e_{A_{\text{год}}} = \frac{\Phi_{S_{\text{год}}}}{A_0}, \quad (12)$$

де $\Phi_{S_{год}}$ – магнітний потік (у відносних одиницях), що відповідає годинному режиму.

Сам годинний режим (положення точки S) задавався значенням коефіцієнта магнітного насичення $K_{нгод}$. Графічно універсальна залежність $e_{A_{год}} = f(K_{нгод})$ представлена на рис. 3.

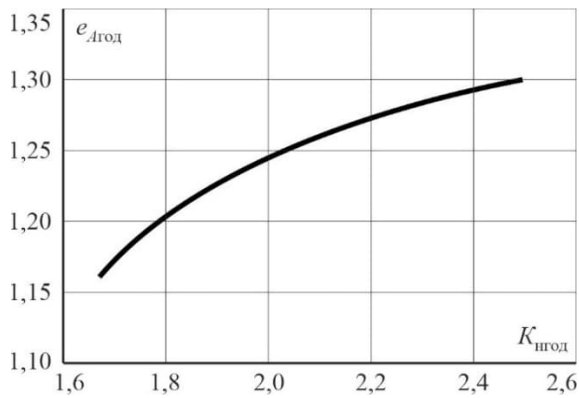


Рис. 3. Універсальна залежність $e_{A_{год}} = f(K_{нгод})$

Дана універсальна залежність дозволяє визначити коефіцієнти апроксимації A і B у рівнянні (2) за викладеною вище методикою з використанням лише типових параметрів тягової електромашини і значення коефіцієнта насичення в годинному режимі [8, с. 29-31].

Алгоритм визначення коефіцієнтів апроксимації A і B наведено на рис. 4.

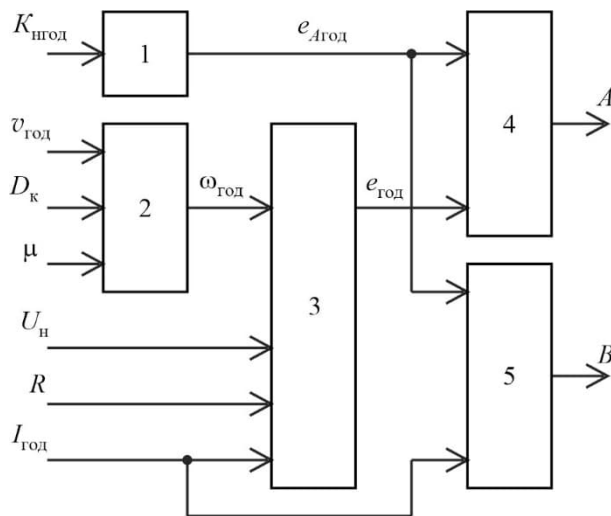


Рис. 4. Алгоритм визначення коефіцієнтів апроксимації A і B

Блок 1 призначений для визначення параметра $e_{A_{год}}$ за значенням коефіцієнта магнітного насичення ТЕД у годинному режимі $K_{нгод}$. У блоці 2 виконується розрахунок кутової швидкості ТЕД у годинному режимі за його типовими параметрами. Кутова швидкість розраховується за значеннями: годинної швидкості $V_{год}$, діаметра колеса D_k і передавального відношення

тягового редуктора μ . У блоці 3 виконується розрахунок питомої е. р. с. тягового двигуна в годинному режимі $e_{год}$. Розрахунок $e_{год}$ виконується з використанням значення $\omega_{год}$ і типових параметрів ТЕД (номінальної напруги U_n , годинного струму $I_{год}$ і опору обмоток R).

У блоці 4 проводиться визначення коефіцієнта апроксимації A за відомими значеннями параметрів $e_{A_{год}}$ і $e_{год}$. У блоці 5 за значеннями параметрів $e_{год}$ і $I_{год}$ визначається коефіцієнт B .

Для виконання тягових розрахунків і моделювання електромагнітних процесів у тяговому електроприводі необхідні аналітичні залежності швидкості та сили тяги на ободі колеса від струму якоря ТЕД. Ці залежності визначаються магнітною характеристикою ТЕД і такими параметрами тягового приводу як діаметр колеса і передавальне відношення тягового редуктора.

Для моделювання електромеханічних характеристик тягових електромашин за допомогою магнітної характеристики $e = f(I_B)$ можуть бути використані вирази:

$$v = \frac{U - I \cdot R}{e_v}; \quad (13)$$

$$F_{кл} = 3,6e_v I, \quad (14)$$

де v – швидкість руху, км/год;

U – напруга на тяговому електродвигуні;

I – сила струму якоря;

R – опір обмоток тягового електродвигуна;

$F_{кл}$ – дотична сила тяги на ободі колеса;

e_v – питома е. р. с., приведена до швидкості руху.

Залежність $e_v = f(I_B)$ може бути представлена у вигляді:

$$e_v = A_v \arctg(BI_B), \quad (15)$$

де A_v – коефіцієнт апроксимації для залежності $e_v(I_B)$.

Вираз для визначення коефіцієнта A_v може бути знайдено з умови:

$$E = e_v \cdot v = e \cdot \omega, \quad (16)$$

де E – е. р. с. тягового електродвигуна.

Швидкість руху v пов'язана з кутовою швидкістю тягового електродвигуна ω виразом:

$$v = \frac{1,8\omega \cdot D}{\mu}, \quad (17)$$

де D – діаметр колеса;

μ – передавальне відношення тягового редуктора.

Підставивши у (16) вирази для апроксимації залежностей $e_v(I_v)$ і $e(I)$, після перетворень отримаємо:

$$A_v \cdot v = A \cdot \omega. \quad (18)$$

Об'єднавши (17) і (18) після перетворень отримаємо вираз для коефіцієнта A_v у вигляді:

$$A_v = \frac{\mu}{1,8D} \cdot A. \quad (19)$$

В табл. 2 наведені результати розрахунку електромеханічних характеристик тягового двигуна ДТК-820 з використанням виразів (9, 10, 13, 15, 19). Коефіцієнти апроксимації A і B визначені для цього тягового двигуна за алгоритмом, що наведено на рис. 4. Номінальні дані тягового двигуна ДТК-820:

$$U_n = 1000 \text{ В};$$

$$I_{\text{год}} = 870 \text{ А};$$

$$V_{\text{год}} = 49,9 \text{ км/год};$$

$$R = 0,0314 \text{ Ом}.$$

При розрахунках отримані такі значення коефіцієнтів апроксимації:

$$B = 0,00238;$$

$$A = 9,018 \text{ В с};$$

$$A_v = 17,42 \text{ В год/км}.$$

Таблиця 2

Результати моделювання електромеханічних характеристик тягового двигуна ДТК-820

$I, \text{ А}$	$V_{\text{мод}}, \text{ км/год}$	$V_{\text{реал}}, \text{ км/год}$	Похибка, %
255	104,40	105,22	0,79
357	80,59	81,79	1,47
427	71,38	72,35	1,35
506	64,36	64,54	0,29
657	56,12	55,70	-0,75
810	51,22	50,98	-0,46
870	49,82	49,90	0,17
1100	45,96	46,75	1,70
1326	43,53	43,88	0,80
1551	41,81	41,22	-1,42

На рис. 5 графічно наведено криву залежності $v = f(I)$ для тягового двигуна ДТК-820, отриману в результаті моделювання. Окремими точками на рисунку показано значення швидкості, що відповідають

значенням струму тягового двигуна ДТК-820 за його швидкісної характеристики. Як видно з табл. 2 та рис. 5 похибка моделювання не перевищує 2 %. Таке значення похибки навідь менше, ніж допустиме відхилення частоти обертання тягових електромашин від номінального значення (3 %).

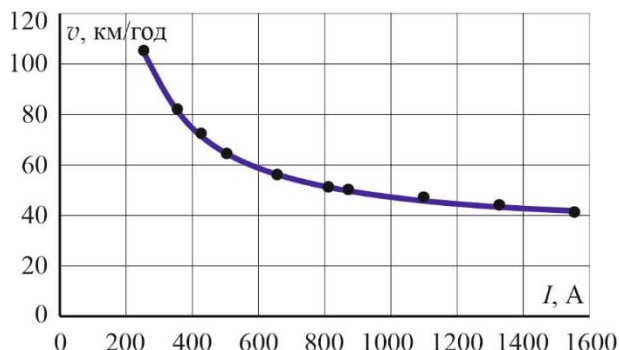


Рис. 5. Швидкісна характеристика тягового двигуна ДТК-820

Висновки

1. Зі всіх відомих аналітичних виразів, за допомогою яких може виконуватися моделювання характеристики намагнічування тягових електричних двигунів, найкраще наближення дає вираз у вигляді функції арктангенсу.

2. При моделюванні електромеханічних характеристик реальних тягових електричних двигунів електровозів відносно відхилення від реальних швидкісних характеристик не перевищує 2 %, що менше, ніж допустиме відхилення частоти обертання тягових електромашин від його номінального значення.

3. При використанні запропонованої методики моделювання можливе визначення коефіцієнтів апроксимації електромеханічних характеристик без використання самих характеристик, лише за типовими параметрами тягового електричного двигуна.

БІБЛЮГРАФІЧНИЙ СПИСОК

- Архангельский Б. Аналитическое выражение кривой намагничивания электрических машин. *Электричество*. 1958. № 1. С. 14–18
- Находкин М. Д., Хвостов В. Универсальная магнитная характеристика тяговых электродвигателей постоянного тока. *Вестник электропромышленности*. 1958. № 1. С. 44–48.
- Нафиков Г. Аппроксимация кривой намагничивания тяговых двигателей. *Сб. науч. трудов УЭМИИТ. В кн.: вопросы электрической тяги*. 1965. № 11. С. 44–49.
- Правила тяговых расчетов для поездной работы. Москва : Трансп., 1985. 287 с.

5. ДСТУ ГОСТ 2582:2017 Машины электрические вращающиеся тяговые. Общие технические условия (ГОСТ 2582-2013, ИДТ; ИЕС 60349-1:2010, NEQ; ИЕС 60349-2:2010, NEQ). Київ : «УкрНДНЦ», 2017. 50 с

6. Правила ремонту електричних машин електровозів і електропоїздів. ЦТ-0204. Київ : Вид. дім «САМ», 2012. 286 с.

7. Артеменко В. Планування випробувань тягових електричних двигунів тепловозів з урахуванням ефективного ризику. *Збірник наукових праць Укр-ДАЗТ*. 2005. № 68. С. 119–126.

8. Афанасов А. М. Моделирование магнитных характеристик тяговых электродвигателей постоянного и

пульсирующего тока. *Залізничний транспорт України*. 2012. № 6. С. 29–31.

9. Находкин М. Д. Проектирование тяговых электрических машин. Москва : Трансп., 1976. 624 с.

10. Жерве Г. К. Промышленные испытания электрических машин. Ленинград : Энергоатомиздат, 1984. 407 с.

Надійшла до редколегії 23.12.2024.

Прийнята до друку 18.02.2025.

A. AFANASOV, A. SKACHKOV, S. KONCHANIN

MODELING OF ELECTROMECHANICAL CHARACTERISTICS OF TRACTION ELECTRIC MOTORS OF ROLLING STOCK

Purpose. The purpose of the scientific research is to develop a methodology for modeling the electromechanical characteristics of traction electric motors of direct and pulsating current of traction rolling stock of main and industrial railway transport. Mathematical modeling of the electromechanical characteristics of traction electric machines is a necessary condition for conducting traction calculations and studying transient processes in traction electric drives of rolling stock by analytical methods. Currently, there are a number of scientific works that usually consider graph-analytical methods of traction calculations, which limit existing methods for optimizing train movement modes. In connection with the above, it can be concluded that research aimed at modeling the electromechanical characteristics of traction electric machines of direct and pulsating current is relevant. **Methodology.** The methodological basis of the scientific research is the general theoretical provisions and principles of the system approach of theoretical electrical engineering, the theory of electric machines and converters. The justification of the method for determining the coefficients approximating the dependence of the specific electromotive force of a traction motor on the excitation current was carried out using the principles and methods of the theory of electric circuits, the theory of electric and magnetic machines, and known methods of mathematical analysis. The minimum mean square deviation of the model from the original characteristic was chosen as the criterion for the correctness of the approximation. **Findings.** As a result of the analysis, it was proven that of all the known analytical expressions by which the magnetization curve of traction electric motors can be simulated, the best approximation is given by an expression in the form of an arctangent function. When simulating the electromechanical characteristics of real traction electric motors of electric locomotives, the relative deviation from the real speed characteristics does not exceed two percent, which is less than the permissible deviation of the rotational speed of traction electric machines from its nominal value. When using the proposed method, it is possible to determine the approximation coefficients in the equations that model the electromechanical characteristics of traction electric motors, using the typical parameters of the traction electric machine, without using the characteristics themselves. **Originality.** A convenient and effective method for determining the approximation coefficients of the magnetic characteristic of traction electric motors of direct and pulsating current has been proposed, which differs in that it allows mathematical modeling of the electromechanical characteristics of traction electric motors only using their typical parameters. **Practical value.** The proposed method for determining the approximation coefficients of the magnetic and corresponding electromechanical characteristics can be used when performing traction calculations by the analytical method, when analyzing transient electromechanical processes in traction electric motors, and also for selecting rational parameters of automatic control systems for traction electric drives.

Keywords: traction electric machines, modeling, magnetic characteristic, magnetic saturation coefficient, approximation, root mean square deviation.