

УДК 656.212.5-52

І. В. ЖУКОВИЦКИЙ<sup>1\*</sup>, А. Б. УСТЕНКО<sup>2\*</sup>

<sup>1\*</sup> Каф. «Электронные вычислительные машины», Днепровский национальный университет железнодорожного транспорта имени академика В. Лазаряна, ул. Лазаряна, 2, 49010, г. Днепр, Украина, тел. +38 (056) 373-15-89, ел. почта ivzhukl@ua.fm, ORCID 0000-0002-3491-5976

<sup>2\*</sup> Каф. «Электронные вычислительные машины», Днепровский национальный университет железнодорожного транспорта имени академика В. Лазаряна, ул. Лазаряна, 2, 49010, г. Днепр, Украина, тел. +38 (056) 373-15-89, ел. почта ivzhukl@ua.fm, ORCID 0000-0002-8677-4781

## ИСПОЛЬЗОВАНИЯ МЕТОДА СТАТИСТИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ ДЛЯ ПОВЫШЕНИЯ ТОЧНОСТИ ИДЕНТИФИКАЦИИ ХОДОВОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ОТЦЕПОВ

**Цель.** Повышение точности определения ходового сопротивления отцепов является важным условием эффективности работы автоматизированных сортировочных горок. В настоящей статье рассматриваются возможности такого усовершенствования на базе методов теории статистических решений. **Методика.** В соответствие с методом статистических решений идентификация параметров объекта может выполняться по результатам совместного использования оценок, основанных на измерениях и на априорно известных статистических данных. На автоматизированных горках определение ходового сопротивления отцепов реализуется на основании измерения на контрольном участке. В то же время по результатам исследований известны средние значения ходового сопротивления отцепов, в частности, с учетом их весовой категории. Задача состоит в нахождении оптимального по заданному критерию соотношения для сопоставления этих двух оценок. **Результаты.** Получено оптимальное по критерию минимума вероятности ошибки расчетное соотношение (решающая функция) для определения ходового сопротивления отцепов на основе сопоставления его оценки по результатам измерения и среднего значения ходового сопротивления для отцепов данной весовой категории. При этом формула использует параметры точности определения ходового сопротивления обоими способами. На основании выполненных расчетов показана эффективность предложенного решения. **Научная новизна.** Обосновано применение метода статистических решений к задаче идентификации ходовых свойств отцепов и определена оптимальная по критерию минимума вероятности ошибок решающая функция для оценивания ходового сопротивления. **Практическая значимость.** Предложенное решение позволяет существенно повысить точность идентификации ходового сопротивления отцепов без дополнительных затрат. Это является важной предпосылкой повышения эффективности автоматизированных сортировочных горок.

**Ключевые слова:** ходовое сопротивление; отцеп; сортировочная горка; решающая функция; оптимальная оценка

### Постановка задачи

В ряде автоматизированных систем управления на промышленном и магистральном железнодорожном транспорте необходимо как можно точнее прогнозировать движение групп вагонов (отцепов) при их свободном скатывании. Это движение описывается известным нелинейным дифференциальным уравнением

$$m \frac{d^2 S}{dt^2} = \sum_j F_j, \quad (1)$$

где  $m$  – масса отцепа;  $S$  – пройденный путь;  $\sum_j F_j$  – сумма сил, действующих на отцеп.

В горочных расчётах принято использовать удельные силы, т.е. силы, приходящиеся на 1000 единиц веса отцепа. Одной из таких сил является основное удельное сопротивление

скатыванию отцепа  $W$ , называемое также основным ходовым сопротивлением (его физическая природа определяется в основном трением в подшипниках осей вагонов).

Существует ряд методов получения оценок величины  $W$ . Наибольшее распространение получили:

1) *Косвенный метод*, при котором ходовое сопротивление отцепа оценивается по его среднему значению  $m_w$  с учетом его весовой категории (нагрузки на ось). Определить последнюю можно как по документам, сопровождающим отцеп, так и по результатам измерения весовой категории на специальном измерительном устройстве. Значение  $m_w$  для отцепов разных типов и различных весовых категорий с учетом температуры среды установлены на основе многочисленных опытов [1].

Так как к измерителю весовой категории (весомеру) применяются обычно невысокие требования по точности измерения нагрузки на ось (5–6 градаций), сложность и стоимость такого измерителя невысока. Однако оценки ходового сопротивления отцепа, полученные с использованием этого метода, отличаются невысокой точностью (коэффициент вариации достигает нескольких десятков процентов).

*2) Использование измерительных участков.* В автоматизированных системах управления принят способ определения на основе измерения ускорения отцепов на специальных измерительных участках, которые в зависимости от принятой технической структуры располагают на спускной части горки или перед парковыми тормозными позициями. Наибольшее распространение получил так называемый «трехточечный метод» измерения ходового сопротивления отцепа. При использовании этого метода на прямолинейном участке с постоянным уклоном устанавливают три точечных путевых датчика на одинаковом расстоянии  $l$  друг от друга. Фиксируя моменты наезда переднего колеса отцепа на эти датчики, определяют времена  $t_1$  и  $t_2$  прохождения отцепом расстояния между первым-вторым и вторым-третьим датчиками соответственно. Используя несложные выводы можно получить формулу вычисления измеряемого значения ходового сопротивления отцепа:

$$W = i - 2l \frac{t_1 - t_2}{g' t_1 t_2 (t_1 + t_2)} 10^3, \quad (2)$$

В работе [2] метод распространен на общий случай участков с разными расстояниями между первым-вторым и вторым-третьим датчиками и разными уклонами

$$W = 2 \frac{(l_{12} - l_{21}) 10^3}{g' t_1 t_2 (t_1 + t_2)} + \frac{i_1 t_1 + i_2 t_2}{t_1 + t_2}, \quad (3)$$

В этой же работе показано, как при идентификации по такому способу дополнительно учесть сопротивление от воздушной среды.

Необходимо отметить, что в силу изменения динамики движения отцепов их ходовое сопротивление на различных участках горки может также отличаться от его величины на участках измерения, что требует использования дополнительных элементов прогнозирования. Таким образом, погрешности оценивания оценки величины  $W$  по результатам ряда измерений неизбежно включают также ошибки прогнозирования.

Теоретические исследования [3] и натурные испытания [1, 4] показывают, что погрешности определения описанным способом величины  $W$  также оказываются весьма значительными.

В большинстве работ, посвященных этому вопросу, рассматриваются возможности повышения точности оценки  $W$  либо за счет совершенствования технических средств измерения ускорения отцепов, либо путем изменения технической структуры системы в совокупности с использованием оригинальных алгоритмов обработки результатов измерений и их применения при управлении для управления скоростью движения отцепов [5, 6, 7].

Вместе с тем, очевидно, что определенный резерв повышения точности оценки величины  $W$  представляет априорная информация о среднем значении  $m_W$  основного сопротивления движению отцепов данной весовой категории. Задача состоит в выборе соотношения, в соответствии с которым можно получить наиболее достоверную оценку основного сопротивления движению отцепа  $W$ , используя как значение  $m_W$ , так и величину  $W_{\text{изм}}$ , определенную на основе измерений. Задачи такого типа рассматриваются в теории статистических решений [8].

Согласно принятой в [8] терминологии, зависимость вида  $W^* = F(W)$  называется решающей функцией. Понимая под достоверной оценкой наиболее вероятное значение  $W$ , приедем к критерию оптимальности решающей функции, называемому критерием максимума апостериорной вероятности, который формально может быть записан в виде выражения

$$W^* \rightarrow \max \{f(W / W_{\text{изм}})\}. \quad (4)$$

Согласно [8] плотность апостериорной вероятности  $f(W / W_{\text{изм}})$  может быть выражена формулой:

$$f(W / W_{\text{изм}}) = \frac{\phi(W) \phi(W_{\text{изм}} / W)}{\psi(W_{\text{изм}})} \quad (5)$$

через априорные плотности вероятности фактического и оценочного значений основного сопротивления движению (соответственно  $\phi(W)$  и  $\psi(W)$ ), а также плотность вероятности  $\phi(W_{\text{изм}} / W)$  – функцию правдоподобия.

Как уже указывалось, характеристики функции  $\phi(W)$  (математическое ожидание  $m_W$  и среднеквадратичное отклонение  $\sigma_W$ ) установлены для отцепов различных весовых категорий экспериментально. Характеристики распределений  $\psi(W_{\text{изм}})$  и  $\phi(W_u / W)$  могут быть установлены, если известны параметры плотности

вероятности  $f(\Delta W)$  оценки  $W_{\text{изм}}$ . При этих условиях задача сводится к отысканию на основе (5) функции  $W^* = F(W)$ , удовлетворяющей условию (4).

### Нахождение оптимального решения

Рассмотрим случай, когда распределения  $\phi(W)$  и  $f(\Delta W)$  нормальны, причем  $m_{\Delta W} = 0$ , а значение  $\sigma_{\Delta W}$  не зависит от  $W$ . Тогда плотности вероятности  $\phi(W)$ ,  $\psi(W_{\text{изм}})$  и  $\varphi(W_{\text{изм}} / W)$  могут быть заданы формулами

$$\phi(W) = \frac{1}{\sigma_W \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{(m_W - W)^2}{2\sigma_W^2} \right\}, \quad (6)$$

$$\psi(W_{\text{изм}}) = \frac{1}{\sigma_{W_{\text{изм}}} \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{(m_{W_{\text{изм}}} - W_{\text{изм}})^2}{2\sigma_{W_{\text{изм}}}^2} \right\}, \quad (7)$$

$$\varphi(W_{\text{изм}} / W) = \frac{1}{\sigma_{\Delta W} \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{(W_{\text{изм}} - W)^2}{2\sigma_{\Delta W}^2} \right\}, \quad (8)$$

где  $m_W$  и  $\sigma_W$  – соответственно математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение величины  $W$  отцепов данного типа;  $m_{W_{\text{изм}}}$  и  $\sigma_{W_{\text{изм}}}$  – соответственно математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение величины  $W_{\text{изм}}$  отцепов данного типа, причем

$$m_{W_{\text{изм}}} = m_W; \quad (9)$$

$$\sigma_{W_{\text{изм}}} = \sqrt{\sigma_W^2 + \sigma_{\Delta W}^2}; \quad (10)$$

$\sigma_{\Delta W}$  – среднее квадратическое отклонение погрешности  $\Delta W$  оценки  $W_{\text{изм}}$ .

Подставив формулы (6), (7), (8) в (5) и выполнив необходимые преобразования, получим:

$$f(W/W_{\text{изм}}) = \frac{1}{\frac{\sigma_W \sigma_{\Delta W}}{\sqrt{\sigma_W^2 + \sigma_{\Delta W}^2}} \sqrt{2\pi}} \times \\ \times \exp \left\{ -\frac{\left( W - \frac{(\sigma_W^2 W_{\text{изм}} + \sigma_{\Delta W}^2 m_W)^2}{\sigma_W^2 + \sigma_{\Delta W}^2} \right)^2}{2 \frac{\sigma_W^2 \sigma_{\Delta W}^2}{\sigma_W^2 + \sigma_{\Delta W}^2}} \right\}. \quad (11)$$

Как видно, распределение  $f(W/W_{\text{изм}})$  также нормальное с математическим ожиданием

$$M[f(W/W_{\text{изм}})] = \frac{\sigma_W^2 W_{\text{изм}} + \sigma_{\Delta W}^2 m_W}{\sigma_W^2 + \sigma_{\Delta W}^2} \quad (12)$$

и средним квадратическим отклонением

$$\sigma[f(W/W_{\text{изм}})] = \frac{\sigma_W \sigma_{\Delta W}}{\sqrt{\sigma_W^2 + \sigma_{\Delta W}^2}}. \quad (13)$$

Поскольку для нормального закона очевидно совпадение положения максимума функции и ее математического ожидания, оптимальную по критерию максимума апостериорной вероятности решающую функцию можно записать в виде

$$W^* = \gamma_W m_W + (1 - \gamma_W) W_{\text{изм}}, \quad (14)$$

где

$$\gamma_W = \frac{\sigma_{\Delta W}^2}{\sigma_W^2 + \sigma_{\Delta W}^2}. \quad (15)$$

Таким образом, если принять гипотезу о нормальности распределения  $W$  и  $\Delta W$ , оптимальной будет оценка  $W^*$ , полученная усреднением значений, определенных по результатам измерения ( $W_{\text{изм}}$ ) и на основе априорной информации ( $m_W$ ) с учетом весовых коэффициентов. При этом значения весовых коэффициентов  $\gamma_W$  и  $(1 - \gamma_W)$  зависят от соотношения  $\sigma_W$  и  $\sigma_{\Delta W}$ .

Отметим, что согласно данным [9] распределения  $\varphi(W)$  для разных типов отцепов имеют асимметрию и по очертанию весьма близки к гамма-распределению, поэтому для имитационного моделирования рекомендуется использовать именно такое распределение. Влияние на точность расчета оптимальной решающей функции отличия гипотезы о гамма-распределении от принятой в данном исследовании гипотезы о нормальном распределении требует дополнительных исследований.

К сожалению, распределение  $f(\Delta W)$  изучено значительно слабее. Практически в литературе отсутствуют данные о его характере. Гипотеза о нормальности этого распределения может основываться лишь на самых общих соображениях о том, что погрешность  $\Delta W$  является следствием нескольких независимых случайных факторов. Оговоримся, что при более сложном, чем рассмотренное выше, задании функции  $f(\Delta W)$ , получение решающей функции может быть выполнено численно.

Что касается оценивания параметра  $\sigma_{\Delta W}$ , то оно может либо базироваться на предварительных исследованиях, выполняемых для данного варианта технической структуры автоматизации, либо непосредственно включаться в алгоритм управления при наличии измерения ходового сопротивления отцепов на сортировочных путях (как это предусматривается, например в [5]).

### Оценка эффективности

Оценивая эффективности предложенного способа, отметим, прежде всего, что очевидно:

$$\sigma_{W/W_{изм}} = \frac{\sigma_W \sigma_{\Delta W}}{\sqrt{\sigma_W^2 + \sigma_{\Delta W}^2}} < \sigma_W \quad (16)$$

и

$$\sigma_{W/W_{изм}} < \sigma_{\Delta W}. \quad (17)$$

Уменьшение величины при различных значениях показано на рис. 1.

Отметим, что формулы (14) и (15) могут быть использованы для повышения точности оценки идентификации не только ходового сопротивления отцепа, но и параметров объектов и регуляторов для которых априорно известны статистические оценки самого параметра и статистические оценки результатов измерения этого же параметра.

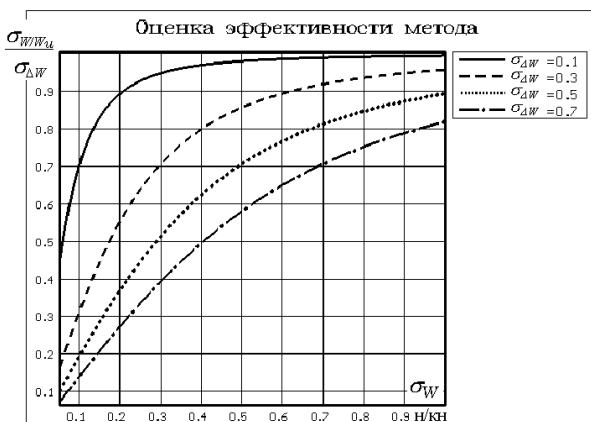


Рис.1. Повышение точности оценки величины  $W$  при различных значениях ошибки измерения

### Выводы

Показано, что точность оценки сопротивления скатывания отцепа может быть существенно повышена если для оценки параметра использовать априорную информацию о статистических функциях распределения самого параметра и ошибки его определения по результатам измерений.

Найдена аналитическая зависимость оптимальной (по критерию максимума апостериорной вероятности или минимума вероятности ошибки) оценки сопротивления скатывания отцепа от априорной информации  $m_W$  о статистических характеристиках этого параметра для отцепов разных весовых категорий и результата его определения на основе измерений  $W_{изм}$ . Показано, что если принять гипотезу о нормальности распределения  $W$  и  $\Delta W$ , то оптимальной будет оценка  $W^*$ , полученная усреднением значений, определенных по результатам измерения ( $W_{изм}$ ) и на основе априорной информации ( $m_W$ ). При этом значения весовых коэффициентов, используемых при усреднении, зависят от соотношения  $\sigma_W$  и  $\sigma_{\Delta W}$ .

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- Сопротивление движению грузовых вагонов при скатывании с горок: Тр. ЦНИИ МПС / Под ред. Сотникова Е.А. М.: Транспорт, 1975. Вып. 545. 101 с.
- Жуковицкий И.В. Методы идентификация ходового сопротивления отцепов на участках с переменным уклоном // Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті. – 1999. – № 3.
- Павловский А.И. О погрешностях оценки ходовых свойств отцепов на измерительном участке. // Механизация и автоматизация сортировочного процесса на станциях. Сб. научн. тр. ДИИТа – Вып. 216/14. – Днепропетровск. – 1981.
- Павловский А.И. Определение расчетных параметров сопротивления движению вагонов при скатывании с сортировочной горки / А.И. Павловский, Л.Б. Тишков, В.П. Шейкин // Развитие и механизация сортировочных устройств. – М: ВНИИ ж.д. трансп. – 1993. – С.79–88.
- Ершов А.Ф., Михайлов О.А. Способ определения сопротивления движению отцепов на сортировочной горке. Патент РФ 2028238.
- Экснер Йенс, Йобст Вильфрид, Хустер Марио. Способ определения ходовых свойств отцепов. Патент RU 2573149.
- Козаченко, Д. Н. Исследование прицельного регулирования скорости скатывания отцепов в условиях неопределенности информации об их ходовых свойствах: [препринт] / Д. Н. Козаченко, Р. Г. Коробьева, О. И. Таранец // Восточно-европейский журнал передовых технологий. – 2009. – № 6/2 (42). – С. 45–50.
- Фельдбаум А.А. Основы теории оптимальных автоматических систем. – М: Наука, 1966. – 624 с.
- Правила и нормы проектирования сортировочных устройств на железных дорогах Союза ССР. ВСН 207 – 89. – М.: Транспорт, 1992. – 104 с.

Поступила в редакцию 25.06.2020

Принята к публикации 29.06.2020

I. В. ЖУКОВИЦЬКИЙ, А. Б. УСТЕНКО

## ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДУ СТАТИСТИЧНИХ РІШЕНЬ ДЛЯ ПІДВИЩЕННЯ ТОЧНОСТІ ІДЕНТИФІКАЦІЇ ХОДОВОГО ОПОРУ ВІДЧЕПІВ

**Мета.** Підвищення точності визначення ходового опору відчепів є важливою умовою ефективності роботи автоматизованих сортувальних гірок. В цій статті розглядаються можливості такого удосконалення на базі методів теорії статистичних рішень. **Методика.** У відповідність до методу статистичних рішень ідентифікація параметрів об'єкта може виконуватись за результатами спільногокористання оцінок, що базуються на вимірах і на априорно відомих статистичних даних. На автоматизованих гірках визначення ходового опору відчепів реалізується на підставі вимірювання на контрольній ділянці. У той же час за результатами досліджені відомі середні значення ходового опору відчепів, зокрема, з урахуванням їх вагової категорії. Завдання полягає в знаходженні оптимального по заданому критерію співвідношення для зіставлення цих двох оцінок. **Результати.** Отримано оптимальне за критерієм мінімуму ймовірності помилки розрахункове співвідношення (вирішальна функція) для визначення ходового опору відчепів на основі зіставлення його оцінки за результатами вимірювання та середнього значення ходового опору для відчепів даної вагової категорії. При цьому формула використовує параметри точності визначення ходового опору обома способами. На підставі виконаних розрахунків показана ефективність запропонованого рішення. **Наукова новизна.** Обґрунтовано застосування методу статистичних рішень до задачі ідентифікації ходових якостей відчепів і визначена оптимальна за критерієм мінімуму ймовірності помилок вирішальна функція для оцінювання ходового опору. **Практична значимість.** Запропоноване рішення дозволяє істотно підвищити точність ідентифікації ходового опору відчепів без додаткових витрат. Це є важливою передумовою підвищення ефективності автоматизованих сортувальних гірок.

*Ключові слова:* ходовий опір; відчеп; сортувальна гірка; вирішальна функція; оптимальна оцінка

I. V. ZHUKOVYTS'KYY, A. B. USTENKO

## USING THE METHOD OF STATISTICAL SOLUTIONS TO INCREASE THE ACCURACY OF CUTS' RUNNING RESISTANCE IDENTIFICATION

**Purpose.** Improving the accuracy of determining the running resistance of cutters is an important condition for the efficiency of automated sorting slides. This article discusses the possibilities of such an improvement based on methods of the theory of statistical solutions. **Methodology.** In accordance with the method of statistical decisions, the identification of object parameters can be performed according to the results of sharing estimates based on measurements and on a priori known statistical data. On automated slides, the determination of the running resistance of the cutters is implemented on the basis of measurements at the control site. At the same time, the average values of the running resistance of cutters are known from the research results, in particular, taking into account their weight category. The task is to find the optimal ratio for the given criterion to compare these two estimates. **Results.** An optimal ratio (decisive function) was obtained by the criterion of the minimum probability of error for determining the running resistance of the cutters based on a comparison of its assessment from the measurement results and the average value of running resistance for the cutters of this weight category. In this case, the formula uses the accuracy parameters for determining the running resistance in both ways. Based on the calculations performed, the effectiveness of the proposed solution is shown. **Originality.** The application of the method of statistical solutions to the problem of identifying the running properties of cutters is substantiated, and the decisive function, optimal by the criterion of the minimum probability of errors, is determined for estimating the running resistance. **Practical value.** The proposed solution can significantly improve the accuracy of identification of the running resistance of the cutters without additional costs. This is an important prerequisite for increasing the effectiveness of automated sorting slides.

*Keywords:* running resistance; cut of cars; grave hump; decisive function; optimal estimate